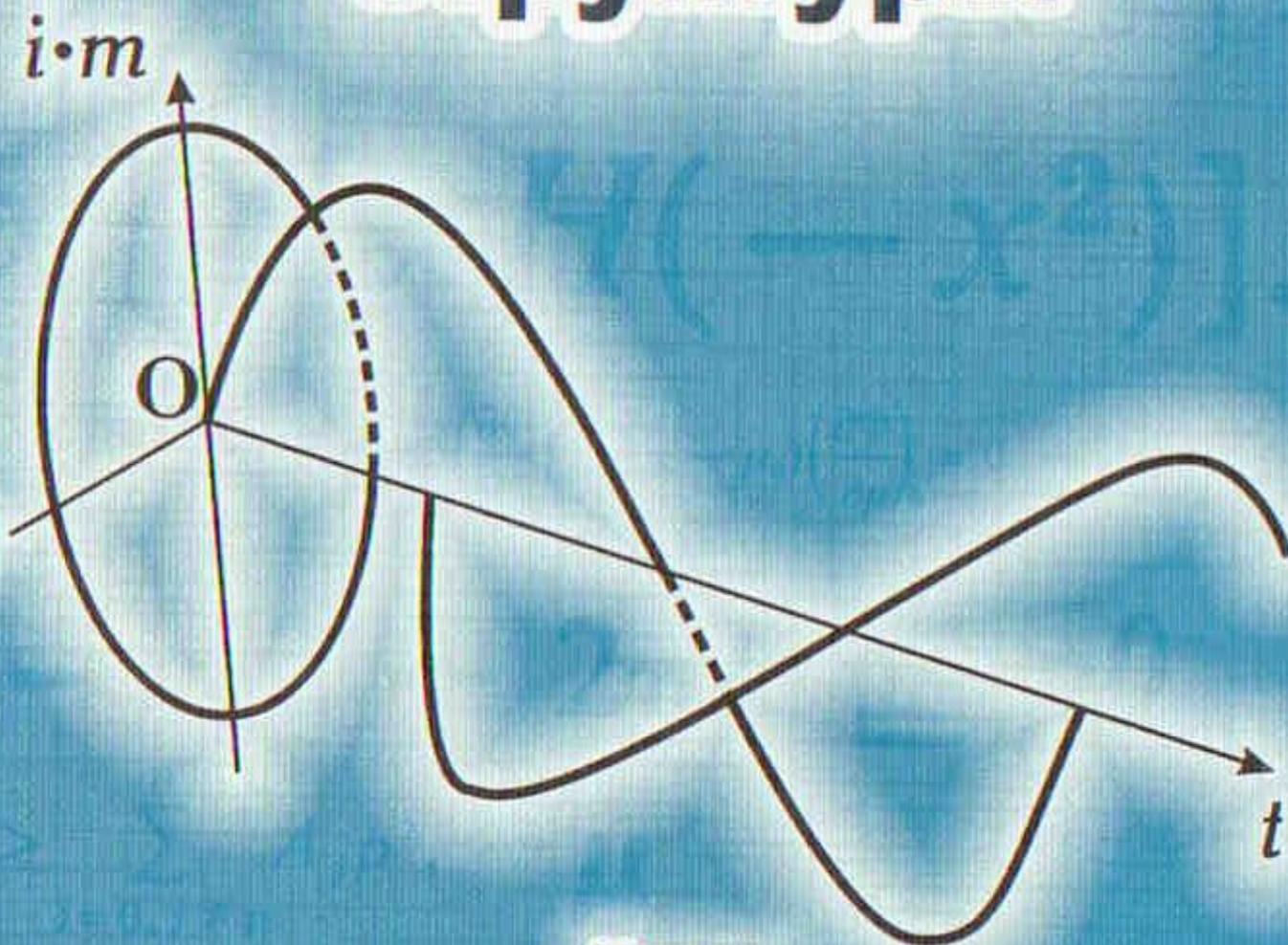


Е. М. Вечтомов

Основные математические структуры



**Киров
2013**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Вятский государственный гуманитарный университет» Российская
академия естественных наук

Е. М. Вечтомов

ОСНОВНЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ

Учебное пособие

Рекомендовано УМО по математике педвузов и университетов
Волго-Вятского региона
в качестве учебного пособия для студентов математических
профилей высших учебных заведений

Киров

2013

УДК 51
ББК 22.1
В39

Печатается по решению редакционно-издательского совета Вятского государственного гуманитарного университета и совета УМО по математике педвузов и университетов Волго-Вятского региона

Рецензенты:

А. В. Михалев, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры высшей алгебры МГУ им. М. В. Ломоносова, заслуженный деятель науки РФ

С. И. Калинин, доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа и методики обучения математике ВятГГУ

В39 Вечтомов, Е. М. Основные математические структуры: учебное пособие / Е. М. Вечтомов. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2013. – 292 с.

ISBN 978-5-906013-87-3

Рассматриваются начала современной теоретико-множественной математики, неотделимой от понятия математической структуры. В середине XX века Н. Бурбаки выделили три фундаментальных типа математических структур: алгебраический, порядковый и топологический. Мы добавляем к ним еще два – пространства с мерой и структуры инцидентности. В последней главе книги рассматриваются естественные взаимосвязи между всеми основными видами математических структур. Материал пособия неоднократно читался автором студентам и аспирантам на спецкурсах, многие вопросы докладывались на научно- методических конференциях. В пособии около 470 упражнений разной степени трудности. Оно предназначено студентам-математикам, бакалаврам и магистрантам, всем тем, кто искренне интересуется математикой.

Книга является переработкой учебного пособия автора «Основные структуры классической математики» (Киров: Изд-во ВятГГУ, 2007).

Издание осуществлено при финансовой поддержке гранта ведущей научной школы ВятГГУ 2013 г.

УДК 51
ББК 22.1

ISBN 978-5-906013-87-3

© Вятский государственный университет (ВятГГУ), 2013
© Вечтомов Е. М., 2013

гуманитарный

Оглавление

Предисловие.....	5
Введение. Что такое математика?.....	9
Глава 1. Множества и функции.....	19
1.1. Множества и операции над ними.....	19
1.2. Бинарные отношения.....	31
1.3. Категория множеств.....	43
Литература к главе 1.....	49
Глава 2. Алгебры.....	50
2.1. группоиды, полугруппы, группы.....	50
2.2. Делимость в полугруппах и кольцах.....	63
2.3. Циклические группы и целые числа.....	82
2.4. Группы и подстановки.....	91
2.5. Конечные поля.....	103
2.6. Универсальные алгебры.....	109
Литература к главе 2.....	118
Глава 3. Упорядоченные множества.....	121
3.1. Основные понятия. Конечные упорядоченные множества.....	121
3.2. Условия минимальности.....	126
3.3. Упорядоченные множества с диаграммой Хассе.....	129
3.4. Линейно упорядоченные множества.....	134
3.5. Решетки. Полные решетки.....	144
3.6. Дистрибутивные решетки.....	150
3.7. Булевы решетки и булевы кольца.....	157
Литература к главе 3.....	165
Глава 4. Топологические пространства.....	167
4.1. Метрика.....	169
4.2. Топология.....	182
Литература к главе 4.....	196
Глава 5. Пространства с мерой.....	198
5.1. Понятие меры. Вероятность.....	198
5.2. Измеримость множеств и функций.....	205
Литература к главе 5.....	209
Глава 6. Структуры инцидентности.....	210
6.1. Конечные плоскости.....	210
6.2. Графы.....	224
Литература к главе 6.....	233

Глава 7. Связь основных типов математических структур...	234
7.1 Взаимосвязь математических структур по Бурбаки.....	234
7.2 Меры на конечных множествах.....	242
Литература к главе 7.....	246
Приложение.....	248
А. Натуральный ряд.....	248
Б. Основные теоремы математики.....	270
Заключение.....	290