

В. В. Сидоров

АЛГЕБРА

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ
КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА
МНОГОЧЛЕНЫ

Алгебра

Киров
2013

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Вятский государственный гуманитарный университет»

В. В. Сидоров

АЛГЕБРА

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ, КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА, МНОГОЧЛЕНЫ

Учебное пособие

Рекомендовано советом УМО по математике
педагогических вузов и университетов Волго-Вятского региона
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений

Киров
2013

УДК 51
ББК 22.1
С34

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Вятского государственного гуманитарного университета и совета УМО
по математике педвузов и университетов Волго-Вятского региона*

Рецензенты:

В. В. Черных, доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры и дискретной математики ВятГГУ;

Е. М. Ковязина, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического моделирования в экономике ВятГУ

Под редакцией **Е. М. Вечтомова**, доктора физико-математических наук, профессора кафедры алгебры и дискретной математики ВятГГУ

Сидоров, В. В.

С34 Алгебра: алгебраические структуры, комплексные числа, многочлены: учебное пособие / В. В. Сидоров; [под ред. Е. М. Вечтомова]. — Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2013. — 232 с.

ISBN 978-5-906544-33-9

В учебном пособии изложен материал, читаемый студентам математических направлений подготовки при изучении дисциплины «Алгебра» в 1-м семестре. Пособие может быть использовано студентами других направлений подготовки по дисциплине «Математика», учителями математики и учениками старших классов, углубленно изучающими математику.

Издание осуществлено при финансовой поддержке гранта ведущей научной школы ВятГГУ 2013 г.

УДК 51
ББК 22.1

ISBN 978-5-906544-33-9

© Вятский государственный гуманитарный университет (ВятГГУ), 2013

© Сидоров В. В., 2013

Оглавление

Предисловие	5
1. Алгебраические операции и алгебраические структуры	6
1.1. Алгебраические операции	6
1.1.1. Некоторые понятия теории множеств	6
1.1.2. Соответствия и отображения	13
1.1.3. Алгебраические операции и их свойства	19
1.2. Основные алгебраические структуры:	
группа, кольцо, поле	32
1.2.1. Группа	32
1.2.2. Кольцо	34
1.2.3. Поле	38
1.2.4. Факторизация. Кольцо классов вычетов Z_m	40
2. Комплексные числа	53
2.1. Поле комплексных чисел	53
2.2. Алгебраическая форма записи комплексных чисел	57
2.3. Геометрическое представление комплексных чисел	63
2.3.1. Комплексная плоскость	63
2.3.2. Модуль и аргумент комплексного числа	67
2.3.3. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел	74
2.4. Приложения комплексных чисел	91
3. Многочлены	100
3.1. Многочлены от одной переменной над областью целостности	100
3.1.1. Основные понятия	100

3.1.2.	Функциональное и алгебраическое равенства многочленов	109
3.1.3.	Деление многочленов с остатком	112
3.1.4.	Теорема Безу. Схема Горнера	116
3.1.5.	Корни многочлена	123
3.1.6.	Теорема Виета	129
3.2.	Многочлены от одной переменной над полем	134
3.2.1.	Многочлены от одной переменной над полем	134
3.2.2.	Основная теорема алгебры многочленов	161
3.2.3.	Решение уравнений 3-й и 4-й степени над \mathbb{C}	166
3.2.4.	Метод Штурма	187
3.2.5.	Многочлены над \mathbb{Q} и над \mathbb{Z}	192
3.3.	Многочлены от нескольких переменных	202
3.3.1.	Основные понятия	202
3.3.2.	Симметрические многочлены	208
3.3.3.	Способы выражения симметрического многочлена через элементарные симметрические многочлены	212
3.3.4.	Некоторые приложения симметрических многочленов ...	217
	Список литературы	226
	Предметный указатель	228